

Lista de Exercícios N° 1

1. Avalie os termos abaixo para um sistema de coordenadas cartesianas:

$$(\nabla \cdot \vec{v}), (\nabla \vec{v}), (\nabla \cdot \vec{v} \vec{v})$$

Admita que as direções 1, 2 e 3 estão representadas pelos eixos x, y, z com as respectivas velocidades u, v e w.

2. Escreva a equação abaixo em termos das coordenadas cartesianas retangulares x, y, z e das respectivas velocidades u, v, w.

$$\frac{\partial(\rho \vec{v})}{\partial t} + (\nabla \cdot \rho \vec{v} \vec{v}) = -\nabla P + \nabla \cdot \tau + \rho \vec{g}$$

Observação: a equação acima é a forma diferencial da eq. da conservação do momento, note que τ é o tensor das tensões.

3. Mostre que:

$$\nabla_x \nabla \phi \equiv 0; \quad \nabla \cdot \nabla_x \vec{v} \equiv 0$$

4. Mostre que:

$$\vec{n} \cdot \rho \vec{v} \vec{v} = \rho \vec{v} (\vec{n} \cdot \vec{v})$$

5. Calcule ambos os lados da igualdade sobre a região limitada pelos planos: $x_1=0, x_1=1; x_2=0, x_2=2; x_3=0, x_3=4,$

$$\int_V (\nabla \cdot \vec{v}) \cdot dV = \int_S (\vec{n} \cdot \vec{v}) \cdot dS$$

considerando o vetor $\vec{v} = \delta_1 x_1 + \delta_2 x_2 + \delta_3 x_3$

6. Para uma esfera se movendo em um fluido estacionário, esboce as linhas de corrente para um observador que se move com a esfera e para outro estacionário em relação a esfera.

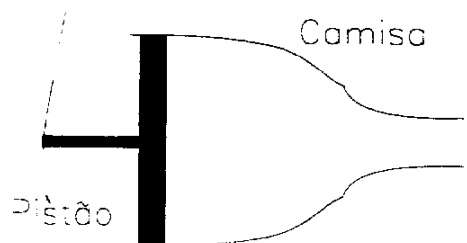


7. Calcule a trajetória das partículas para o campo de velocidades do prob. 4. Faça um esboço.

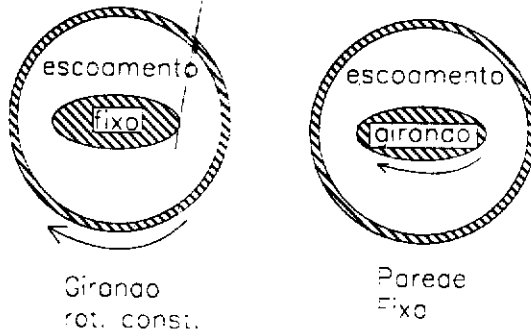
Resp.:

$$x(t) = x_0 \cdot e^{-kt}; y(t) = y_0 \cdot e^{-kt}; z(t) = z_0 + y_0 \frac{\alpha}{k} \cdot (1 - e^{-kt})$$

8. Considere que um fluido ideal preenche o interior do conjunto camisa e pistão mostrado na fig. abaixo. Quando o pistão começa a se movimentar, esboce as linhas de corrente que um observador estacionário, situado na camisa do pistão, observa; esboce também as linhas de corrente que um observador que se move junto com o pistão observa.



9. Desenhe linhas de corrente para os escoamentos mostrados na figura abaixo. Seja o mais claro possível e evite ambiguidade sobre detalhes importantes próximos as paredes sólidas.



10-Encontre o campo vetorial da aceleração para o escoamento de um fluido que tem o seguinte campo de velocidade, em que x , y e z são dados em metros. Calcule a aceleração no ponto $(2, -1, 3)$ em $t = 2$ s.

- (a) $\vec{V} = 20(1 - y^2)\hat{i}$ m/s
- (b) $\vec{V} = 2x\hat{i} + 2y\hat{j}$ m/s
- (c) $\vec{V} = x^2t\hat{i} + 2xyt\hat{j} + 2yzt\hat{k}$ m/s
- (d) $\vec{V} = x\hat{i} - 2xyz\hat{j} + tz\hat{k}$ m/s

Nota: para o esboço das linhas de corrente, indique os vetores velocidade relativa e absoluta e justifique a adoção do referencial inercial ou não-inercial.