SEM0403 Fundamentos de Mecânica dos Fluidos

Forma Integral das Equações Básicas – Conservação da Quantidade de Movimento

Oscar Rodriguez

Universidade de São Paulo

Quantidade de movimento do fluido

- ✓ O projeto de muitas estruturas hidráulicas, como comportas e anteparos para desvio do escoamento, além de bombas e turbinas, dependem das forças que o escoamento de um fluido exerce sobre eles.
- ✓ Desenvolveremos os princípios do impulso linear da quantidade de movimento para um fluido, de modo a poder determinar os carregamentos que o fluido exerce sobre superfícies
- ✓ Ilustraremos as aplicações específicas da equação da quantidade de movimento para turbinas eólicas, turbojatos e foguetes



A equação da quantidade de movimento linear

Obteremos essas forças usando uma análise de quantidade de movimento linear, que é baseada na segunda lei de Newton do movimento:

$\Sigma \mathbf{F} = m\mathbf{a} = d(m\mathbf{V})/dt$

Aplica-se o teorema de transporte de Reynolds,

$$\left(\frac{d\mathbf{N}}{dt}\right)_{\text{sist}} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{\text{vc}} \boldsymbol{\eta}\rho\, d\mathcal{V} + \int_{\text{sc}} \boldsymbol{\eta}\rho\, \mathbf{V}\cdot d\mathbf{A}$$

onde $\mathbf{N} = m\mathbf{V}$, portanto, $\boldsymbol{\eta} = m\mathbf{V}/m = \mathbf{V}$. Logo:

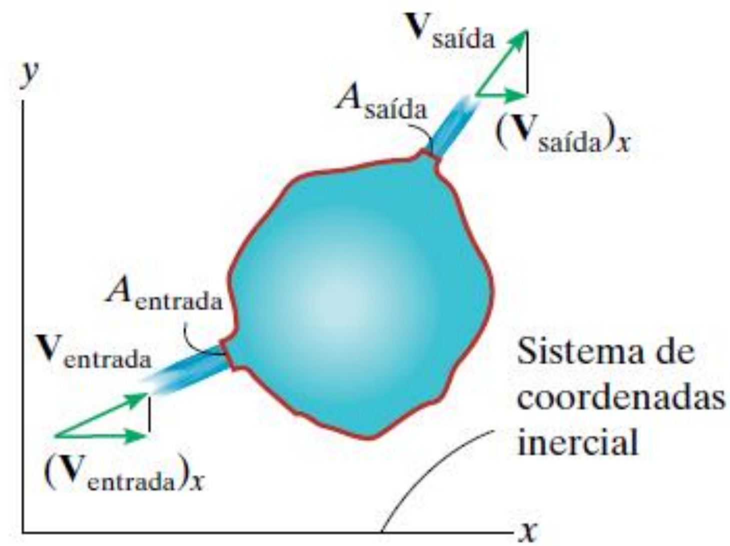
$$\left(\frac{d(m\mathbf{V})}{dt}\right)_{\text{sist}} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{\text{vc}} \mathbf{V}\rho\, d\mathcal{V} + \int_{\text{sc}} \mathbf{V}\rho\, \mathbf{V}\cdot d\mathbf{A}$$

Substituindo esse resultado na segunda lei de Newton do movimento, obtemos nosso resultado, a *equação da quantidade de movimento linear*

$$\sum \mathbf{F} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{\mathrm{vc}} \mathbf{V}\rho\, d\forall + \int_{\mathrm{sc}} \mathbf{V}\rho\mathbf{V}\cdot d\mathbf{A}$$

forças de superfície +
forças de campo

- ✓ É *muito importante* perceber como a velocidade **V** é usada no último termo.
- ✓ Ela é uma *grandeza vetorial*, **V**, e possui *componentes* ao longo dos eixos *x*, *y*, *z.*
- ✓ Mas ela também está envolvida na operação de produto escalar com *d***A**, a fim de definir a *vazão mássica* através de uma superfície de controle aberta.
- ✓ Na direção *x*, o último termo da equação torna-se:



Volume de controle

$$\int_{\mathrm{sc}} V_x\, \rho\mathbf{V}\cdot d\mathbf{A} = (V_{\text{entr}})_x\,(-\rho\, V_{\text{entr}}\, A_{\text{entr}}) + (V_{\text{saída}})_x(\rho V_{\text{saída}}\, A_{\text{saída}})$$

Escoamento em regime permanente

Se o escoamento for *em regime permanente*, então nenhuma mudança local da quantidade de movimento ocorrerá dentro do volume de controle:

$$\Sigma \mathbf{F} = \int_{sc} \mathbf{V}\rho\mathbf{V} \cdot d\mathbf{A}$$

Escoamento em regime permanente

Escoamento em regime permanente de fluido perfeito

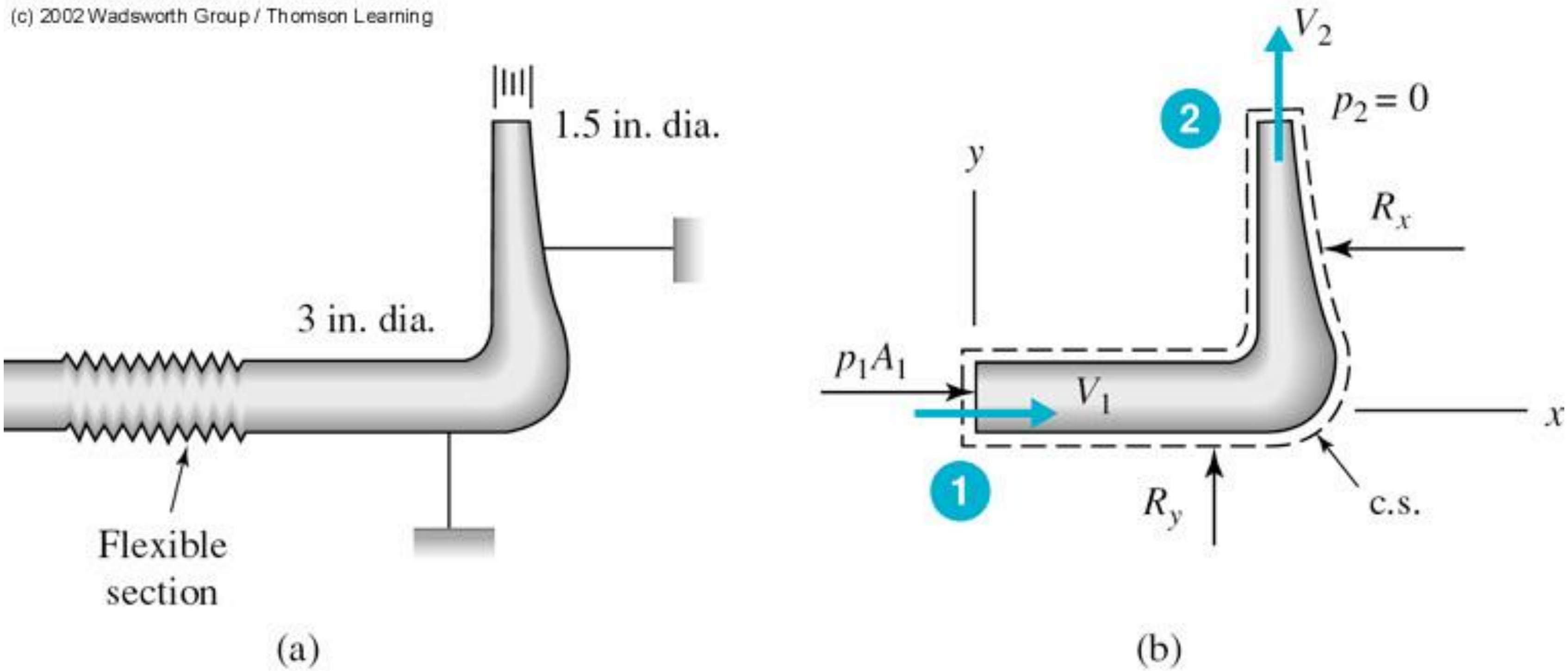
Além do mais, se tivermos um *fluido perfeito*, então ρ é constante e o cisalhamento viscoso é zero; assim, a velocidade será distribuída uniformemente pelas superfícies de controle abertas:

$$\Sigma \mathbf{F} = \Sigma \mathbf{V}\rho\mathbf{V} \cdot \mathbf{A}$$

Escoamento perfeito em regime permanente

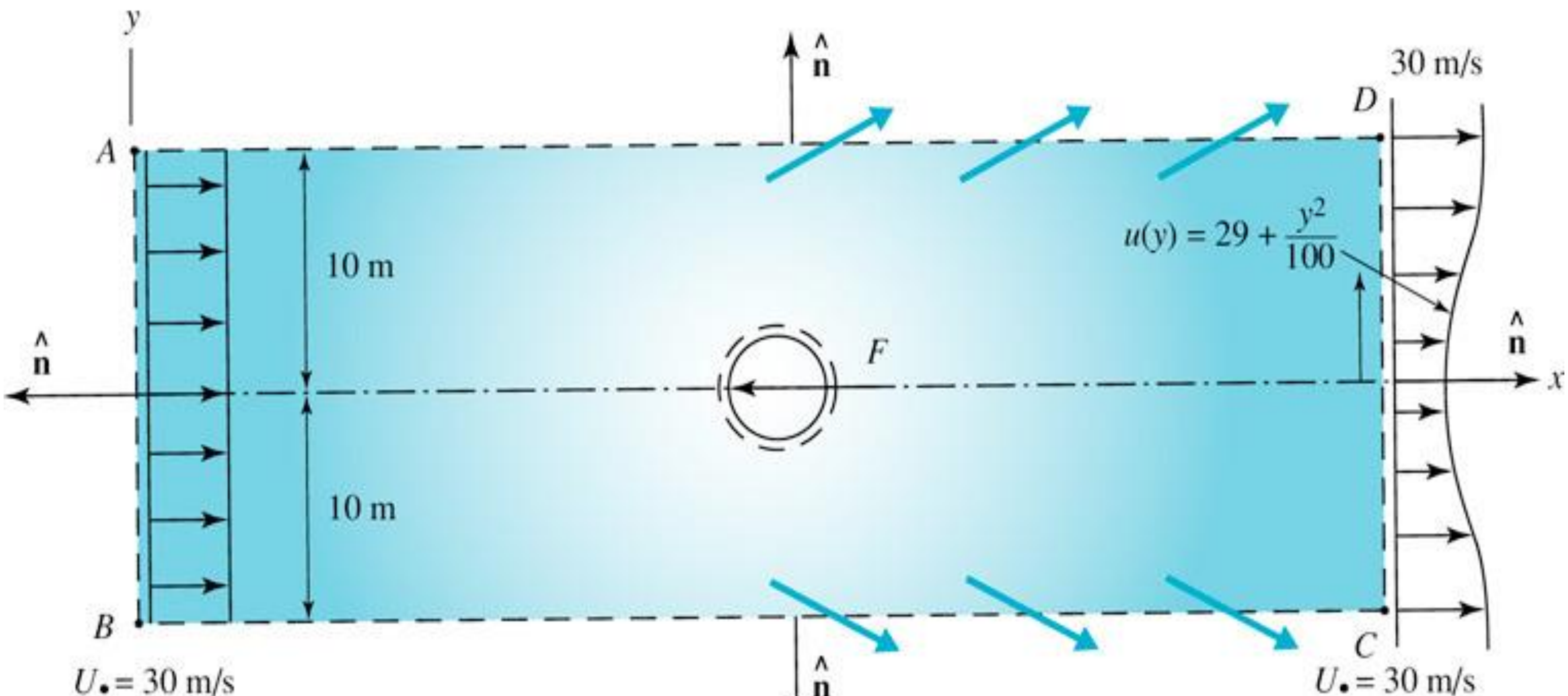
Exercício 1

Água escoa através de um cotovelo de uma tubulação horizontal e sai para a atmosfera. A vazão volumétrica é de 0,3 ft³/s. Calcule a força em cada barra que segura o cotovelo em seu lugar. Despreze forças de massa, efeitos viscosos e forças de cisalhamento sobre as barras.



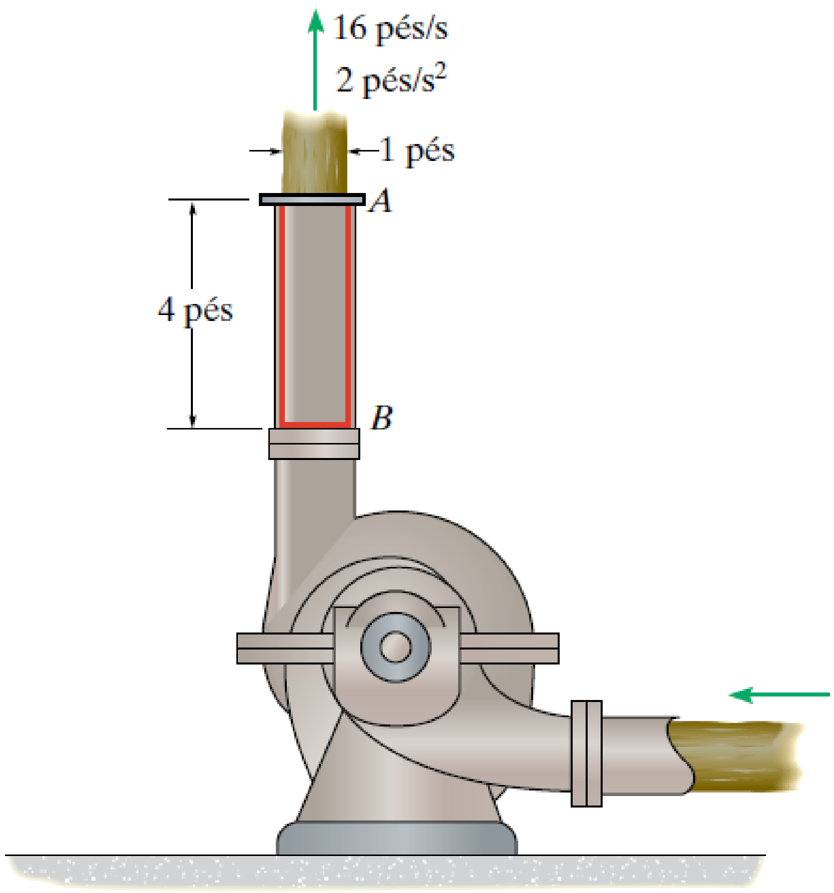
Exercício 2

Considere o escoamento simétrico de ar ao redor do cilindro. O volume de controle, excluindo o cilindro é mostrado na Fig. A distribuição de velocidade, corrente a jusante do cilindro, é aproximada por uma parábola, conforme mostrado. Determine a força de arrasto por metro de comprimento agindo sobre o cilindro. Use ρ = 1,23 kg/m^3.

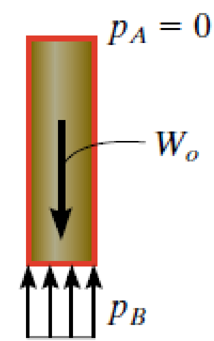


Exercício 3

O óleo escoa pelo tubo aberto *AB* na figura de modo que, no instante mostrado, ele possui uma velocidade em *A* de 16 pés/s, que está aumentando a 2 pés/s^2. Determine a pressão da bomba em *B* que cria esse escoamento. Considere γ_o = 56 lb/pé^3.



(a)



(b)

Aplicações para corpos com velocidade constante

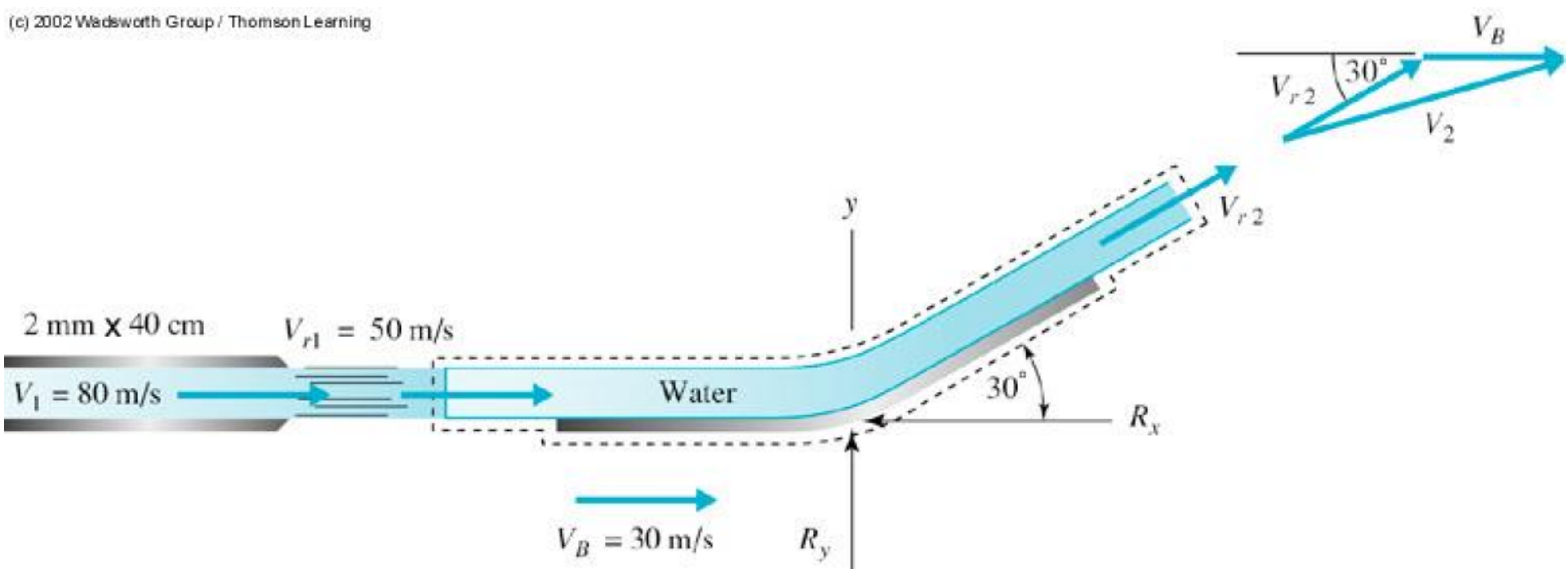
- ✓ Para alguns problemas, uma pá pode estar se movendo com velocidade constante, e quando isso acontece, as forças sobre a pá podem ser obtidas selecionando o volume de controle de modo que se *mova com o corpo*.

- ✓ Se isso acontecer, os termos da velocidade e da vazão mássica na equação da quantidade de movimento são então medidos em relação a cada superfície de controle, de modo que $V = V_{f/\text{sc}}$

$$\Sigma \mathbf{F} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{\text{vc}} \mathbf{V}_{\text{cv}}\,\rho\, d\forall + \int_{\text{sc}} \mathbf{V}_{f/\text{cs}}\,\rho \mathbf{V}_{f/\text{cs}} \cdot d\mathbf{A}$$

Exercício 4

O defletor mostrado na Fig. move-se para a direita a 30 m/s enquanto o bocal permanece estacionário. Determine (a) as componentes da força necessária para sustentar o defletor, (b) $\vec{V}_2$ como observado por um observador fixo e (c) a potência gerada pela palheta. A velocidade do jato é 80 m/s.



Aplicações para volume de controle com movimento acelerado

Para alguns problemas, será conveniente escolher um volume de controle que esteja *acelerando*. Da 2ª lei de Newton:

$$\Sigma \mathbf{F} = m \frac{d\mathbf{V}_f}{dt}$$

A velocidade absoluta do fluido $\mathbf{V}_f$, medida a partir de um referencial inercial *fixo*, é dada por:

$$\mathbf{V}_f = \mathbf{V}_{\text{vc}} + \mathbf{V}_{f/\text{sc}}$$

Substituindo na equação acima:

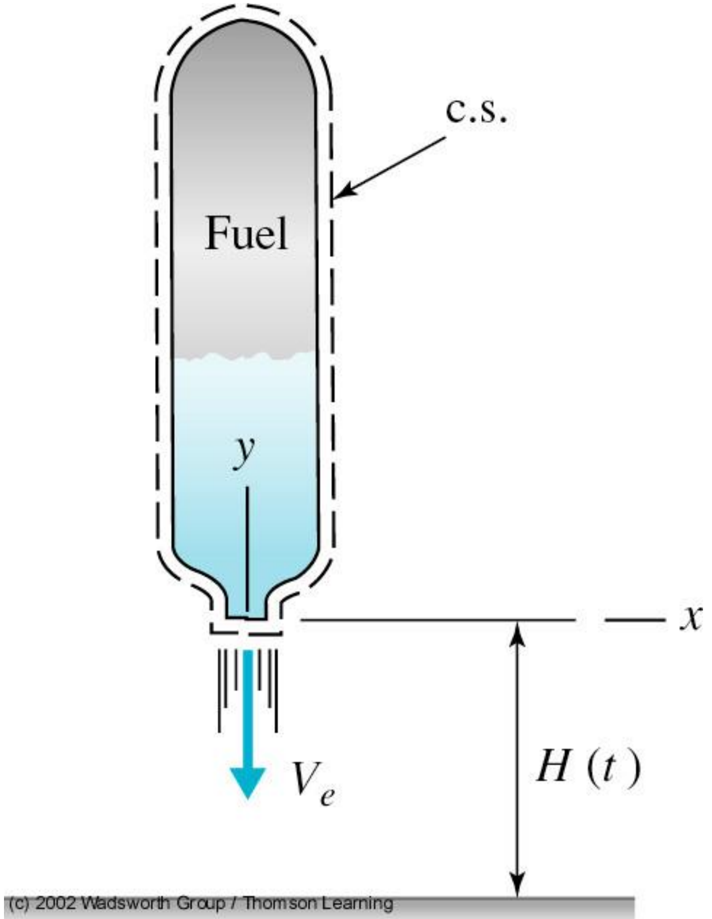
$$\Sigma \mathbf{F} = m \frac{d\mathbf{V}_{\text{vc}}}{dt} + m \frac{d\mathbf{V}_{f/\text{sc}}}{dt}$$

No teorema de transporte de Reynolds as velocidades só deverão ser medidas *em relação às superfícies de controle*:

$$\Sigma \mathbf{F} = m \frac{d\mathbf{V}_{\text{vc}}}{dt} + \overbrace{\frac{\partial}{\partial t} \int_{\text{vc}} \mathbf{V}_{f/\text{vc}}\, \rho \, d\mathcal{V} + \int_{\text{sc}} \mathbf{V}_{f/\text{sc}} (\rho \mathbf{V}_{f/\text{sc}} \cdot d\mathbf{A})}$$

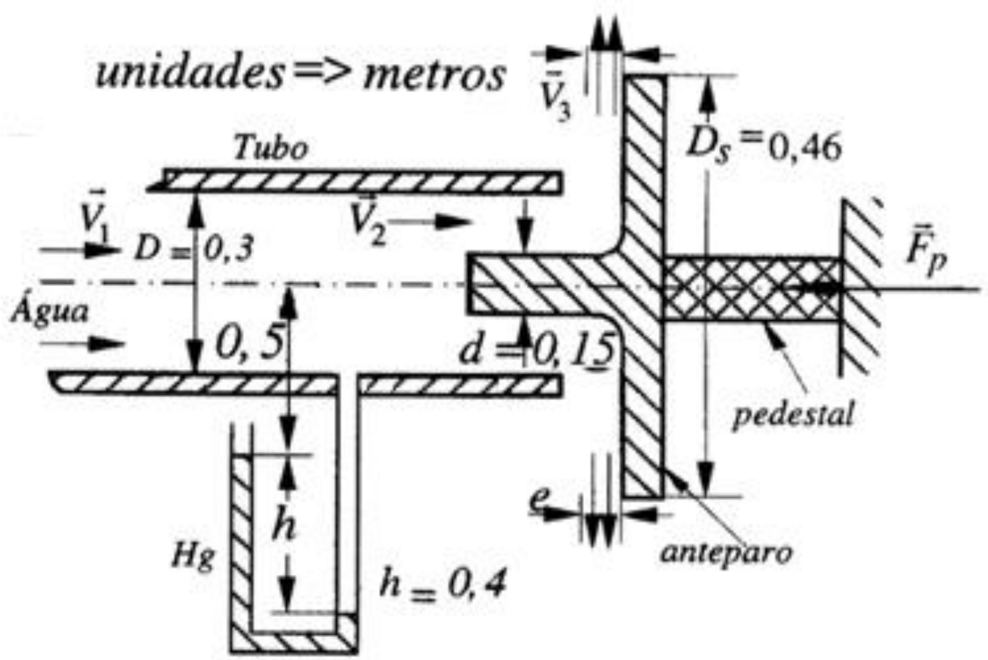
Exercício 5

O foguete mostrado na Fig., com uma massa inicial de 150 kg, queima combustível à taxa de 10 kg/s e tem uma velocidade de exaustão constante de 700 m/s. Qual é a aceleração inicial do foguete e a velocidade após 4 s? Despreze o arrasto sobre o foguete.



Exercício 6

Na Fig. mostra-se uma proteção cilíndrica e axissimétrica que é utilizada para bloquear parcialmente o escoamento da água na saída de um tubo. No tubo existe um manômetro de mercúrio, o qual fornece a pressão da tubulação a montante. Atrás da proteção tem-se um pedestal que suporta o impacto do jato, do que resulta $\vec{F}_p$ na posição indicada no pedestal. Sendo ρ_{Hg} = 13600 kg/m^3, $\rho_{água}$ = 1000 kg/m^3; desconsidere a força de gravidade e tome a linha central da tubulação como referência para a coluna hidrostática. Considerando os dados da Fig., pede-se determinar a força $\vec{F}_p$.



Exercício 7

A água-viva é um animal marinho que se move contraindo e expandindo, alternadamente, seu corpo em forma de cogumelo. A água é expulsa durante a contração e durante a expansão seu corpo é preenchido por água. A água-viva se desloca retilineamente, efeito da gravidade desprezível e a vazão de líquido, Q , através do corpo da água-viva, senoidal no tempo com período T, tal que

$$Q = Q_m Sen(2\pi t/T),$$

onde Q_m é a amplitude da vazão. Calcule o empuxo como função do tempo durante as fases de: a) expulsão e b) preenchimento de fluido. Escolha e descreva cuidadosamente os volumes de controle adotados. Justifique sua escolha.