SEM0403 Fundamentos de Mecânica dos Fluidos

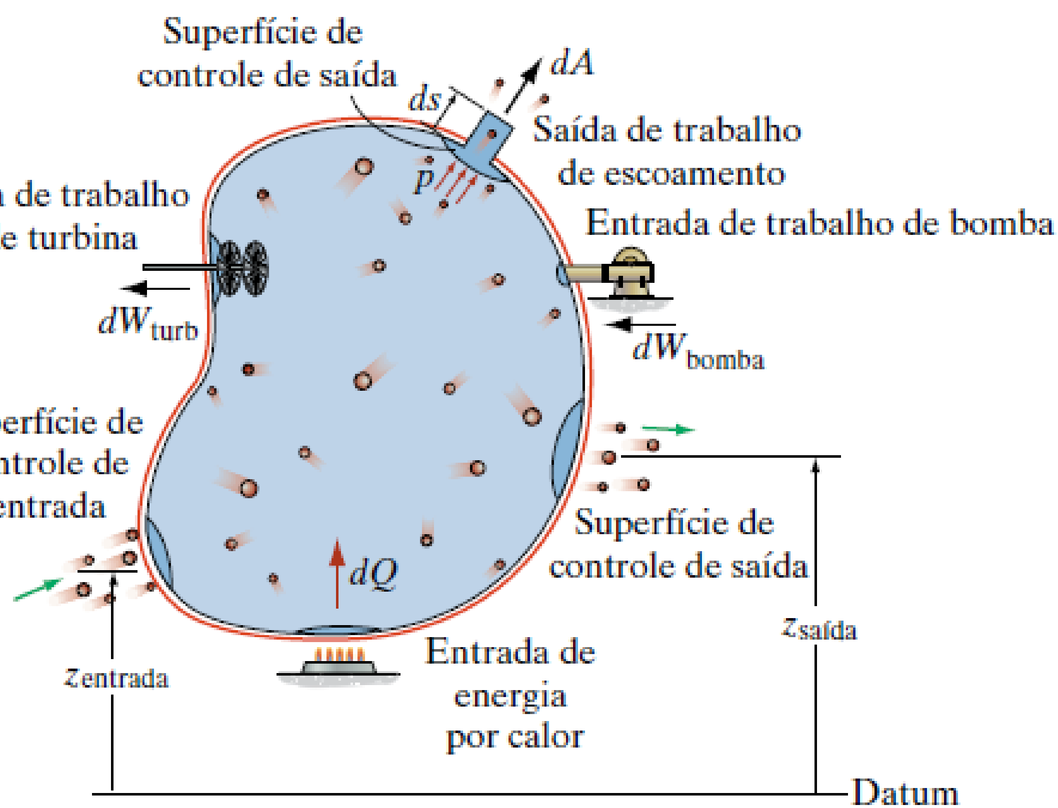
Forma Integral das Equações Básicas – Conservação da Energia

Oscar Rodriguez

Universidade de São Paulo

A equação da energia

- ✓ Vamos expandir nossa aplicação para além da limitação da equação de Bernoulli
- ✓ Incluiremos o calor e o escoamento de fluido viscoso, juntamente com a entrada de trabalho de uma bomba e a saída de trabalho para uma turbina.



Energia do sistema

Em um instante qualquer, a energia total ***E*** do sistema de fluido consiste em três partes:

✓ **Energia cinética**

✓ **Energia potencial gravitacional**

✓ **Energia interna**

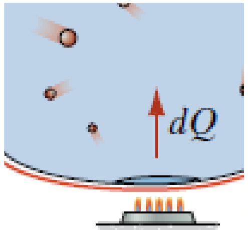
Que, na forma específica (por unidade de massa), é dada por:

$$e = \frac{1}{2}V^2 + gz + u$$

Calor

✓ Pode ser acrescentado ou retirado por meio de uma superfície de controle diabática, através do processo de condução, convecção ou radiação.

✓ O calor *aumenta* a energia total do sistema dentro do volume de controle se *for transferida para dentro* e *diminui* a energia total se ela *for transferida para fora.*



Trabalho

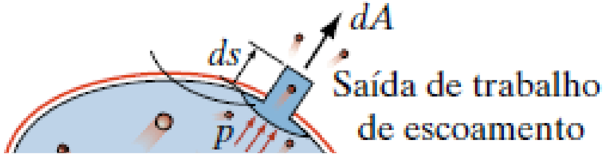
- ✓ pode ser realizado *pelo sistema fechado* sobre seus arredores através de uma superfície que pode ser aberta ou atravessada por um eixo.

- ✓ O trabalho *diminui* a energia total do sistema quando é *feito pelo sistema*, e *aumenta* a energia total do sistema quando é feito *sobre o sistema.*

Trabalho de escoamento, W_p

- ✓ Quando um fluido está sujeito a uma pressão, ele pode empurrar um volume $d\forall$ da massa do sistema para fora da abertura da superfície de controle.

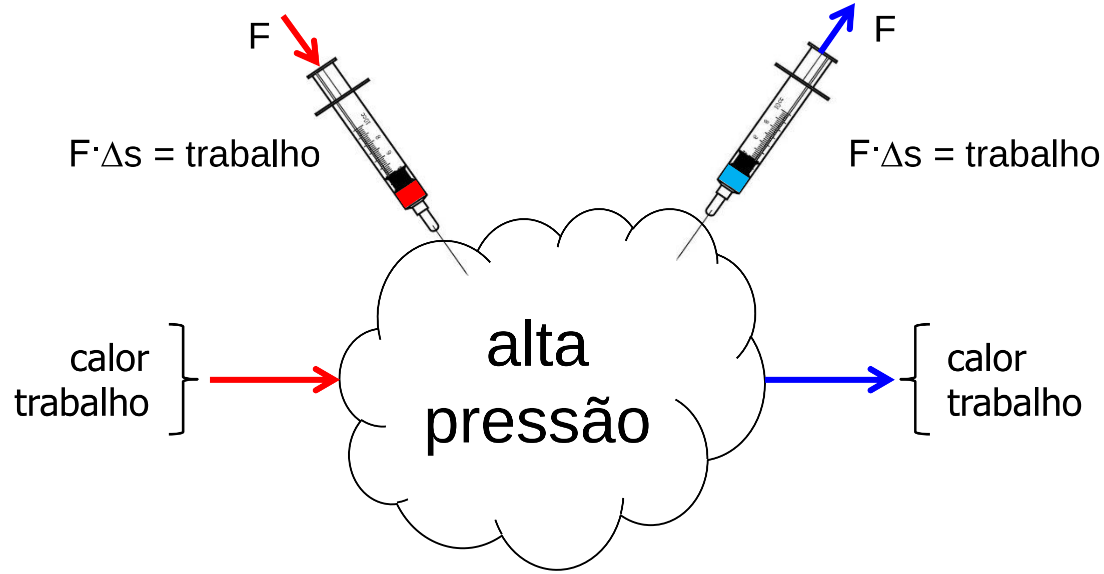
- ✓ Considere o pequeno volume do sistema $d\forall = dA\, ds$ na figura sendo empurrado para fora pela pressão p dentro do sistema.

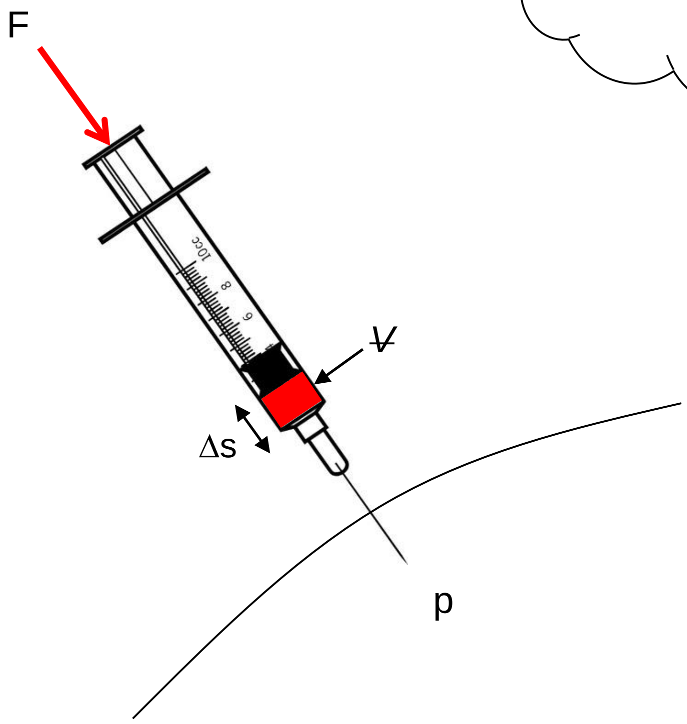


- ✓ A força exercida pelo sistema é $dF = p\, dA$

- ✓ Então, o trabalho de escoamento para esse pequeno volume é $dW_p = dF\, ds = p(dA\, ds) = p\, d\forall$

Trabalho de escoamento...



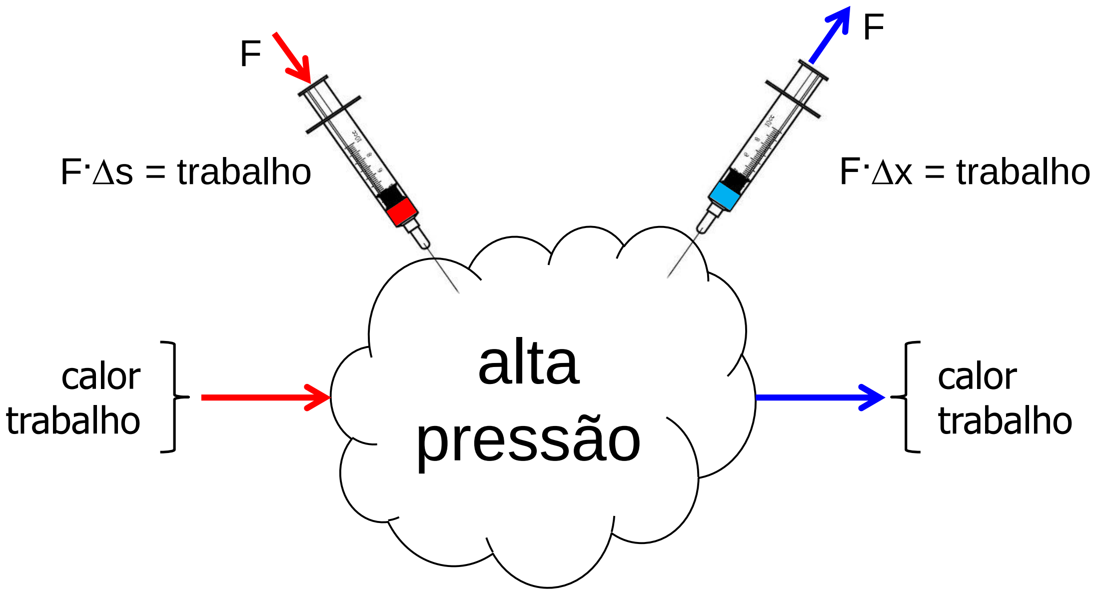


$$W_{p,e} = F \cdot \Delta s = pA \cdot \Delta s$$

$$W_{p,e} = p(A \cdot \Delta s)$$

$$W_{p,e} = p\cancel{V}$$

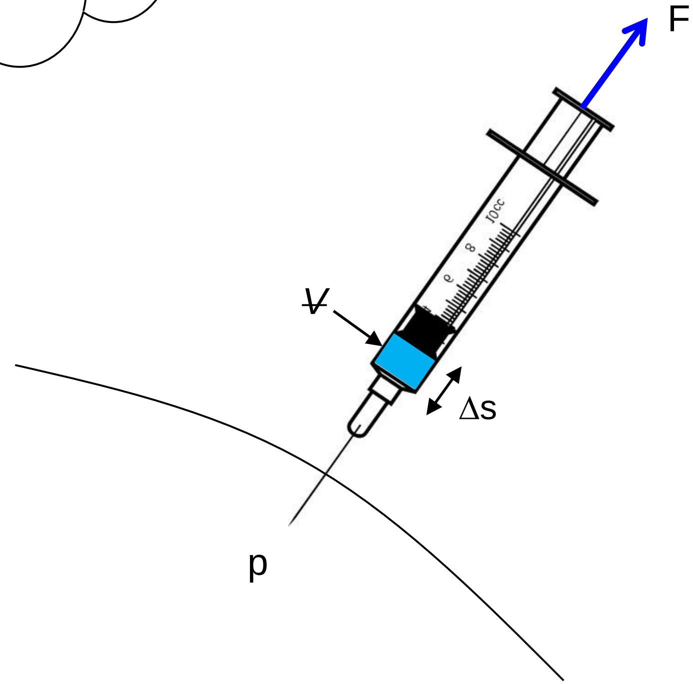
Trabalho de escoamento...



$$W_{p,s} = F \cdot \Delta s = pA \cdot \Delta s$$

$$W_{p,s} = p(A \cdot \Delta s)$$

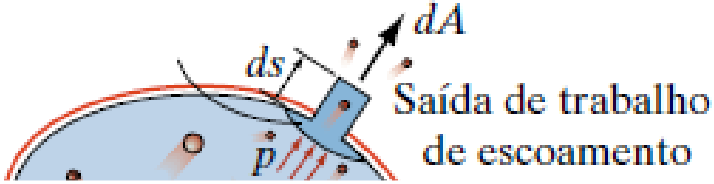
$$W_{p,s} = p\cancel{V}$$



Trabalho de escoamento...

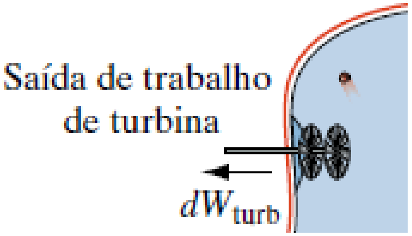
O trabalho de escoamento é causado por pressão, onde $dW_p = p(dA\ ds)$ e, assim, a *taxa* de trabalho de escoamento que sai por uma superfície de controle é:

$$\dot{W}_p = \frac{dW_p}{dt} = \int_{sc} p\left(\frac{ds}{dt}dA\right) = \int_{sc} p\mathbf{V} \cdot d\mathbf{A}$$

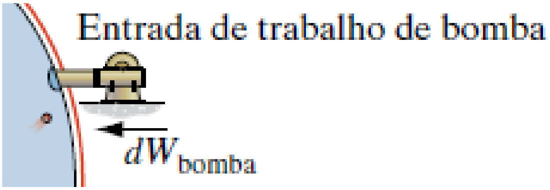


Trabalho de eixo, W_s

- ✓ Se o trabalho é realizado sobre uma *turbina* pelo sistema de fluido dentro do volume de controle, então o trabalho *subtrairá* energia do sistema em uma superfície de controle aberta.



- ✓ Porém, também é possível que o trabalho seja realizado sobre o sistema por uma *bomba*, *acrescentando* assim energia externa ao fluido.



Equação da Energia

A conservação de energia para um sistema de fluido contido dentro do volume de controle é formalizada pela *primeira lei da termodinâmica,* que em termos de taxa é dada por:

$$\dot{Q}_{\text{entrada}} - \dot{W}_{\text{saída}} = \left(\frac{dE}{dt}\right)_{\text{sist.}}$$

O termo da direita pode ser convertido para a taxa de variação de energia dentro do volume de controle usando o *teorema de transporte de Reynolds*, onde *N* = *E* e $\eta = e$

$$\boxed{\left(\frac{D\cancelto{E}{N}}{Dt}\right)_{\text{syst}} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{\text{cv}} \cancelto{e}{\eta}\rho \, d\forall + \int_{\text{cs}} \cancelto{e}{\eta}\rho \mathbf{V}\cdot d\mathbf{A}}$$

Assim:

$$\dot{Q}_{\text{entrda}} - \dot{W}_{\text{saída}} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{\text{vc}} e\rho \, d\forall + \int_{\text{sc}} e\rho \mathbf{V}\cdot d\mathbf{A}$$

Supondo que o *escoamento seja em regime permanente*, e substituindo a energia específica total do sistema (e):

$$\dot{Q}_{\text{entrada}} - \dot{W}_{\text{saída}} = 0 + \int_{sc} \left(\frac{1}{2} V^2 + gz + u \right) \rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A}$$

Pela convenção de sinais da termodinâmica, uma *turbina* produzirá saída de trabalho de eixo positivo e uma *bomba* produzirá entrada de trabalho de eixo negativo. Assim, incluindo o trabalho de escoamento, temos:

$$\dot{W}_{\text{saída}} = \int_{sc} p \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A} + \dot{W}_{\text{turb}} - \dot{W}_{\text{bomba}}$$

Substituindo esse resultado e rearranjando os termos, temos a *equação integral da conservação da energia* :

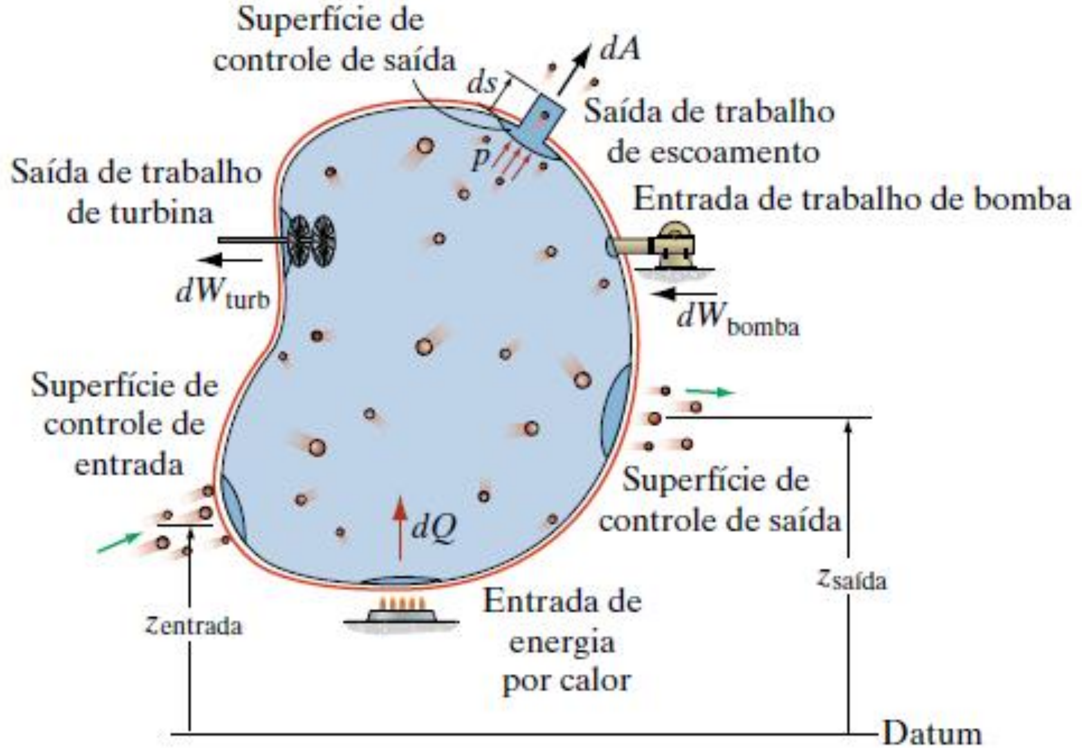
$$\boxed{\dot{Q}_{\text{entrada}} - \dot{W}_{\text{turb}} + \dot{W}_{\text{bomba}} = \int_{sc} \left[\frac{p}{\rho} + \frac{1}{2} V^2 + gz + u \right] \rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A}}$$

Escoamento uniforme, em regime permanente e com 1 entrada e 1 saída

A conservação da massa requer que vazão mássica que entra seja igual à vazão mássica que sai, de modo que $\dot{m} = \rho_e V_e A_e = \rho_s V_s A_s$, portanto:

$$\dot{Q}_{entrda} - \dot{W}_{turb} + \dot{W}_{pump} =$$

$$\left[\left(\frac{p_{saída}}{\rho_{saída}} + \frac{V_{saída}^{2}}{2} + gz_{saída} + u_{saída}\right) - \left(\frac{p_{entrda}}{\rho_{entrda}} + \frac{V_{entrda}^{2}}{2} + gz_{entrda} + u_{entrda}\right)\right]\dot{m}$$



Escoamento incompressível e com perda de carga

Se considerarmos que o escoamento é incompressível, então $\rho_e = \rho_s = \rho$. Além disso, se a equação da conservação da energia for dividida pela vazão mássica $\dot{m}$, e os termos forem rearranjados, temos:

$$\frac{p_{\text{entrada}}}{\rho} + \frac{V_{\text{entrada}}^2}{2} + gz_{\text{entrada}} + w_{\text{bomba}} = \frac{p_{\text{saída}}}{\rho} + \frac{V_{\text{saída}}^2}{2} + gz_{\text{saída}} + w_{\text{turb}} + (u_{\text{saída}} - u_{\text{entrada}} - q_{\text{entrada}})$$

Note que aqui cada termo representa a energia por unidade de massa [J/kg ou pé·lb/slug]

As perdas por cisalhamento que produzem a variação na energia interna ($u_{\text{saída}} - u_{\text{entrada}}$) e a transferência de calor ($q_{entrada}$) são declaradas coletivamente como *pc* (perda por cisalhamento). Assim:

$$\frac{p_{\text{entrada}}}{\rho} + \frac{V_{\text{entrada}}^2}{2} + gz_{\text{entrada}} + w_{\text{bomba}} = \frac{p_{\text{saída}}}{\rho} + \frac{V_{\text{saída}}^2}{2} + gz_{\text{saída}} + w_{\text{turb}} + pc$$

Se a equação for dividida por *g*, então os termos representam a energia por unidade de peso (J/N) ou "carga de fluido" (m). Assim:

carga de bomba

carga de turbina

perda de carga

$$\boxed{\frac{p_{\text{entrada}}}{\gamma} + \frac{V_{\text{entrada}}^2}{2g} + z_{\text{entrada}} + h_{\text{bomba}} = \frac{p_{\text{saída}}}{\gamma} + \frac{V_{\text{saída}}^2}{2g} + z_{\text{saída}} + h_{\text{turb}} + h_L}$$

Potência e Eficiência

A potência de saída de uma turbina ou a potência de entrada de uma bomba é definida como sua taxa temporal para realizar o trabalho

$$\dot{W} = dW/dt$$

lembre-se de que $h_s = w_s/g$, ou $w_s = h_s\, g$, e como $\dot{m} = \rho Q = \text{g}Q/g$, então

$$\boxed{\dot{W}_s = \dot{m} g h_s = Q\gamma h_s}$$

Para as **bombas**, a *eficiência mecânica e* é a razão entre a potência hidráulica oferecida ao fluido ($\dot{W}_s$)$_{saída}$ e a potência de eixo exigida para fazer a bomba funcionar ($\dot{W}_s$)$_{\text{entrada}}$. Para **turbinas**, a *eficiência mecânica e* é a razão entre a potência de eixo entregue pela turbina ($\dot{W}_s$)$_{\text{saída}}$ e a potência hidráulica fornecida pelo fluido ($\dot{W}_s$)$_{\text{entrada}}$, Assim

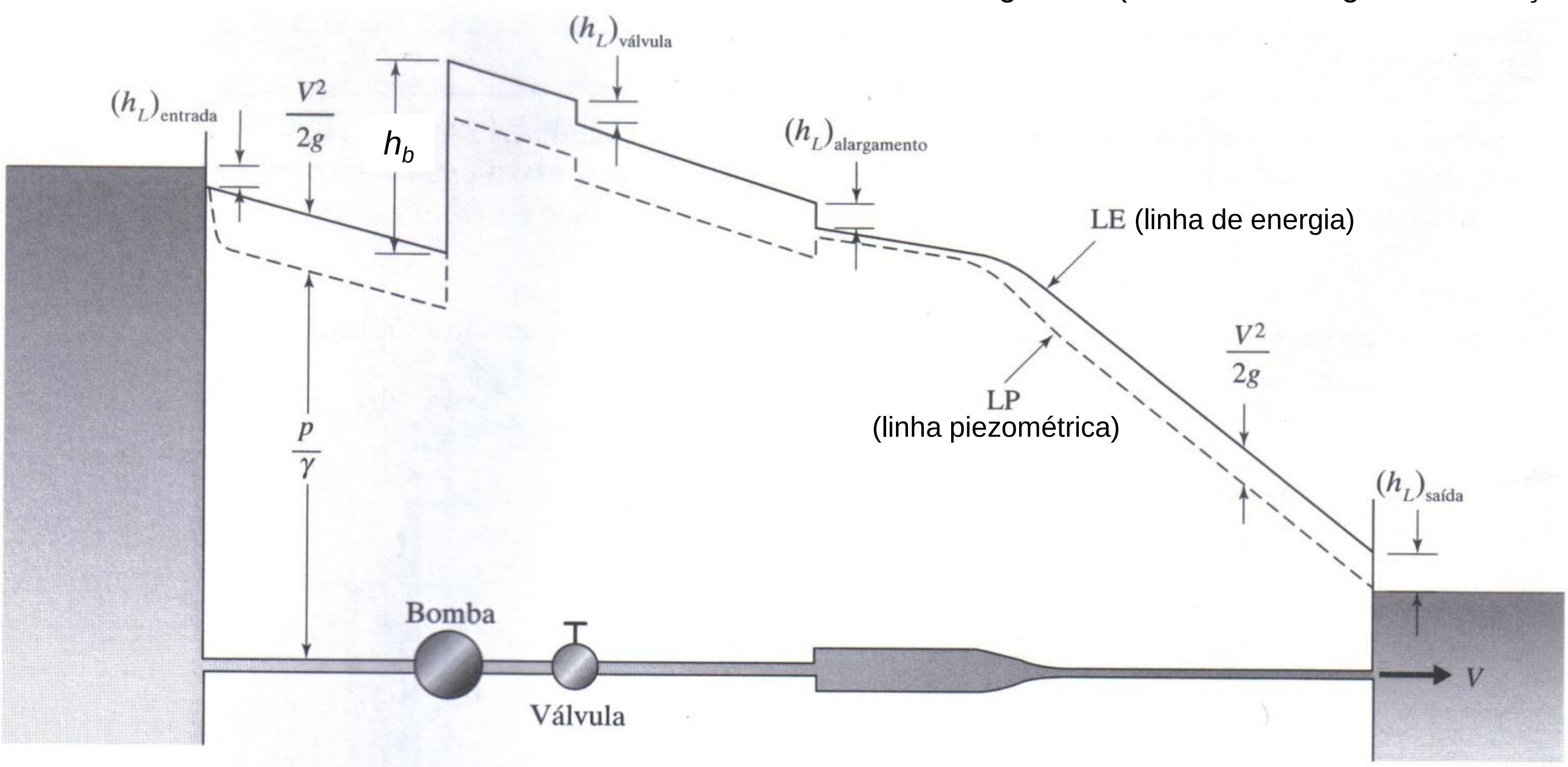
$$e = \frac{(\dot{W}_s)_{\text{saída}}}{(\dot{W}_s)_{\text{entrada}}} \quad 0 < e < 1$$

Representação gráfica da equação da energia em termos de carga:

- carga de velocidade, $V^2/2g$
- carga de pressão, P/γ
- Carga de altura, z
- Carga de eixo (bomba ou turbina), h_s
- Perda de carga, h_L

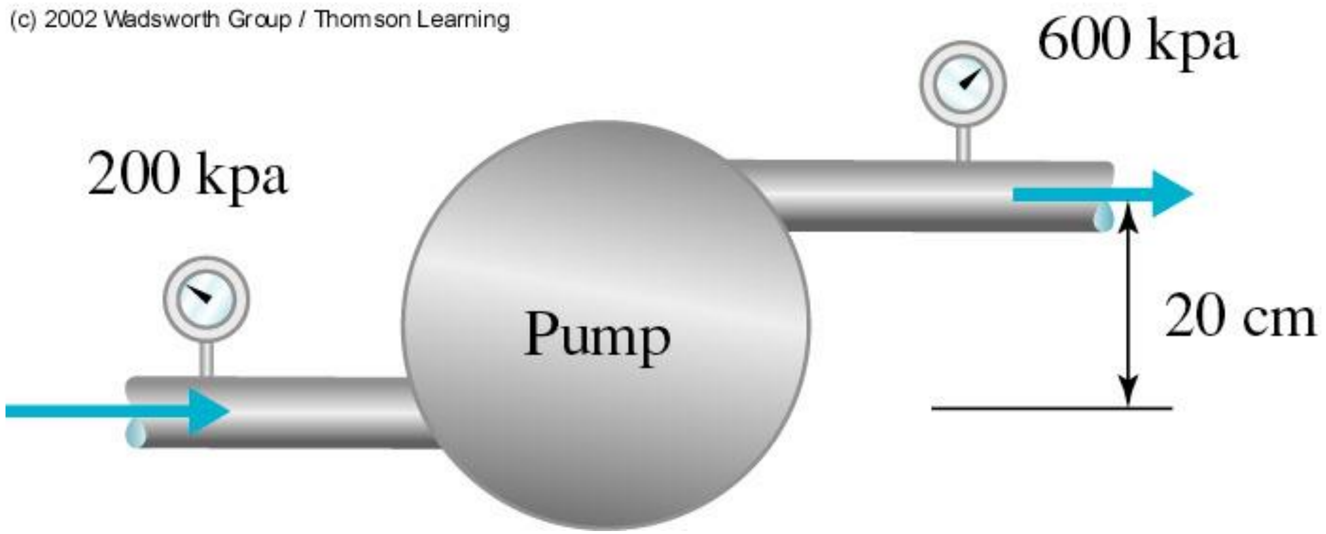
$$\boxed{H = \frac{V^2}{2g} + \frac{p}{\gamma} + z + h_s + h_L}$$

Carga total (variável ao longo da tubulação)



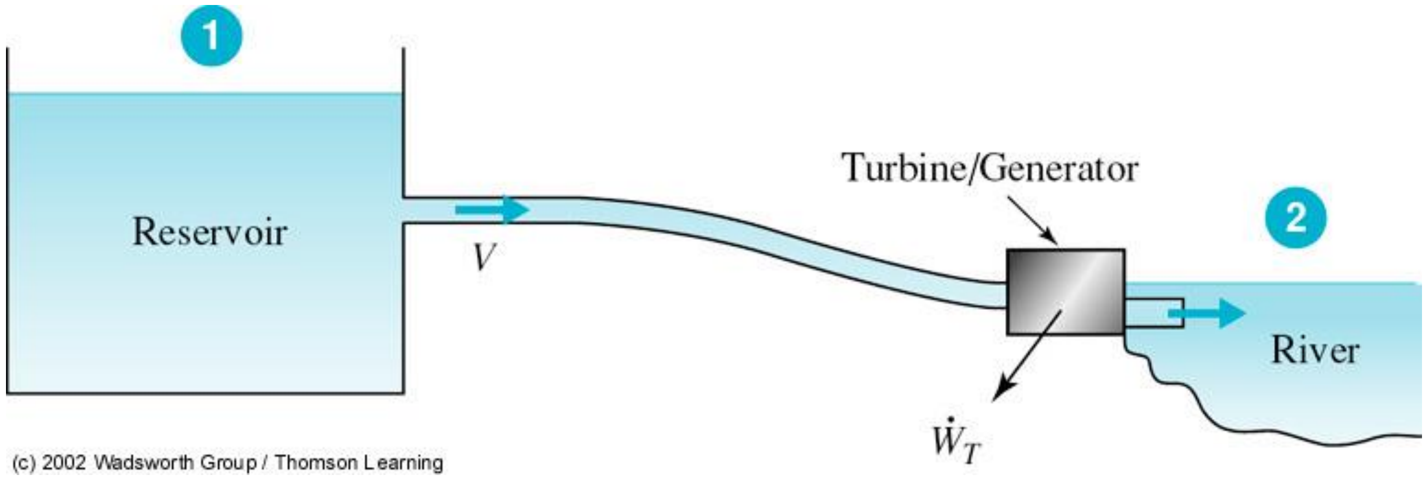
Exercício 1

A bomba da Fig. é usada para aumentar a pressão de 0,2 m^3/s de água de 200 kPa para 600 kPa. Se a bomba tem uma eficiência de 85%, qual a potência elétrica de que a bomba necessita? A área de saída fica 20 cm acima da área da entrada. Suponha que a área de entrada e de saída sejam iguais.



Exercício 2

Água flui de um reservatório através de uma tubulação com um diâmetro de 2,5 ft para uma unidade geradora a turbina e sai para um rio que está localizado a 100 ft abaixo da superfície do reservatório. Se a vazão do escoamento é de 90 ft^3/s e a eficiência da turbina geradora é de 88%, calcule a potência de saída. Suponha um coeficiente de perda de carga na tubulação (incluindo a saída) de K = 2.



Exercício 3

No sistema da figura óleo ($\gamma = 8000\ N/m^3$) é elevado através de uma bomba. A tubulação tem 0,05 m de diâmetro e, nas condições impostas, a vazão é de 5 l/s. Sabendo-se que o rendimento da bomba é de 80% e que para a tubulação o coeficiente de atrito *f* = 0,025 , determinar a carga da bomba e a potência no eixo desta. Obs.: a perda de carga deve ser modelada para os trechos retos da tubulação como:

$$h_L = f\,\frac{L}{D}\frac{\bar{V}^2}{2g}$$

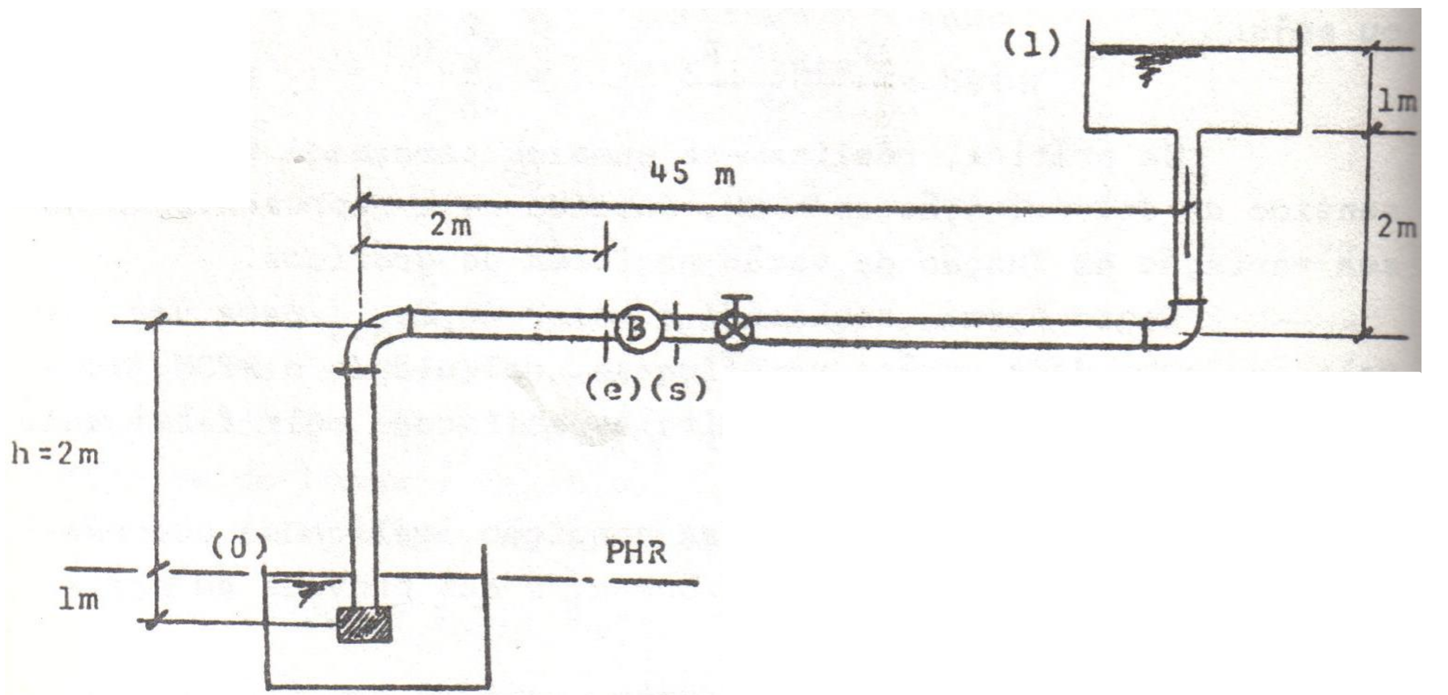
e para os demais elementos cisalhantes:

$$h_L = K\,\frac{\bar{V}^2}{2g}$$

Ainda: $g = 10\ m/s^2$, $P_{atm} = 10^5\ N/m^2$,

$K_{válvula} = 10{,}0$; $K_{cotovelo} = K_{saída} = 1{,}0$;

$K_{entrada} = 2{,}0$



Exercício 4

Um gerador eólico de energia com abrangência de lâmina de 9,144 m de diâmetro tem uma velocidade de início de fornecimento de energia (velocidade mínima para a geração de energia) de 11,3 km/h (3,129 m/s) e nessa velocidade a turbina gera 0,4 kW de potência elétrica. Determine a eficiência da unidade turbina eólica/gerador. ρ_{ar} = 1,217 kg/m³.