Tensões Tangenciais nos Escoamentos Turbulentos Totalmente Desenvolvidos

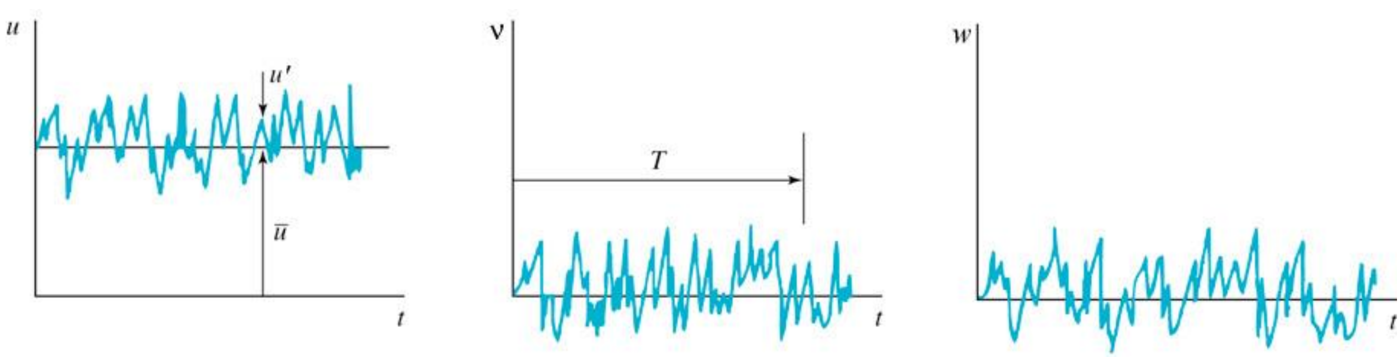
"Nas situações práticas, a maioria dos escoamentos em tubos encontrados são turbulentos"

A título de ilustração, podemos dizer que:

- **Re < 2000** , regime laminar
- **2000 < Re < 4000**, escoamento oscila ao acaso entre regime laminar e regime turbulento (zona crítica)
- **Re > 4000**, regime turbulento ou eventualmente regime completamente turbulento, este último independente do número de Reynolds.

Em um escoamento turbulento totalmente desenvolvido as três componentes da velocidade são diferentes de zero, podendo ser escritas em termos de uma quantidade média e uma parte flutuante no tempo:

$$u = \overline{u} + u', \quad v = \overline{v} + v', \quad w = \overline{w} + w'$$

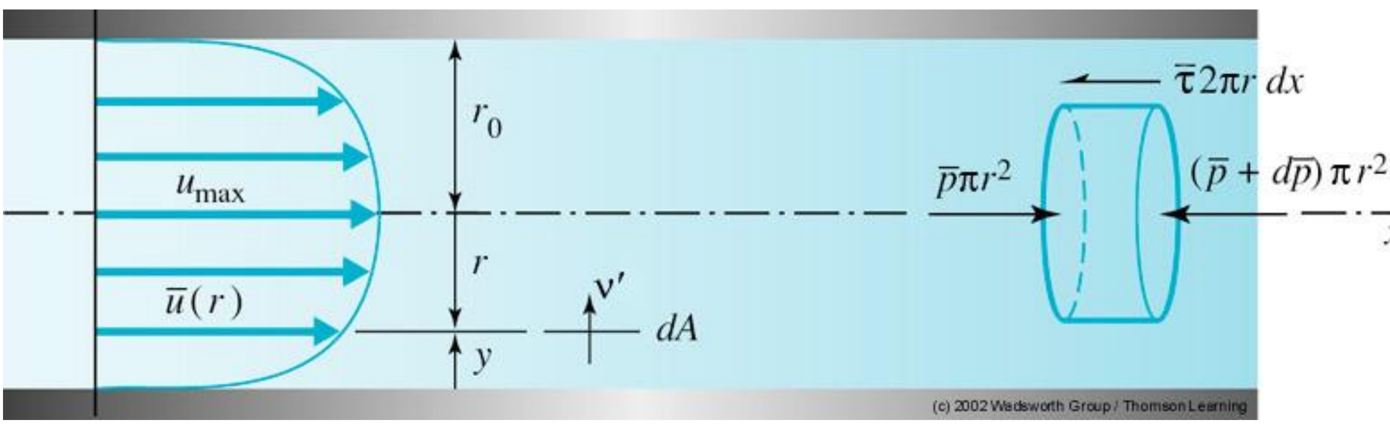


Neste caso: $\overline{u} \neq 0$ e $\overline{v} = \overline{w} = 0$

Pgm3 (13:00)

Utiliza-se a abordagem de partícula fluida.

Em um instante de tempo dado, uma partícula do fluido move-se através de uma área incremental *dA*, devido à flutuação de velocidade *v'* ; ela entra em uma camada vizinha de fluido, que está se movendo a uma velocidade mais alta na direção x e, assim, fornece um efeito retardador sobre a camada vizinha



A componente *x* da força resultante seria:

$$dF = -\underbrace{\underbrace{\rho v'}_{\text{fluxo mássico}}\; dA}_{\text{vazão mássica}}\; \underbrace{u'}_{\text{variação negativa na comp. x da velocidade}}$$

Dividindo ambos os lados pela área *dA*, e tomando a média temporal, temos:

$$\overline{\tau}_{turb} = -\rho\overline{u'v'}$$

Obs. *u'v'* é, na média, uma quantidade negativa, pois *v'* positivo produz um *u'* negativo.

a qual é a tensão de cisalhamento turbulenta aparente ou *Tensão de Reynolds*

A tensão cisalhante total em uma localização particular seria devida a ambas, à viscosidade e à troca de quantidade de movimento descrita acima, ou seja:

$$\bar{\tau} = \bar{\tau}_{visc} + \bar{\tau}_{turb} = \mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \rho \overline{u'v'}$$

Em que:

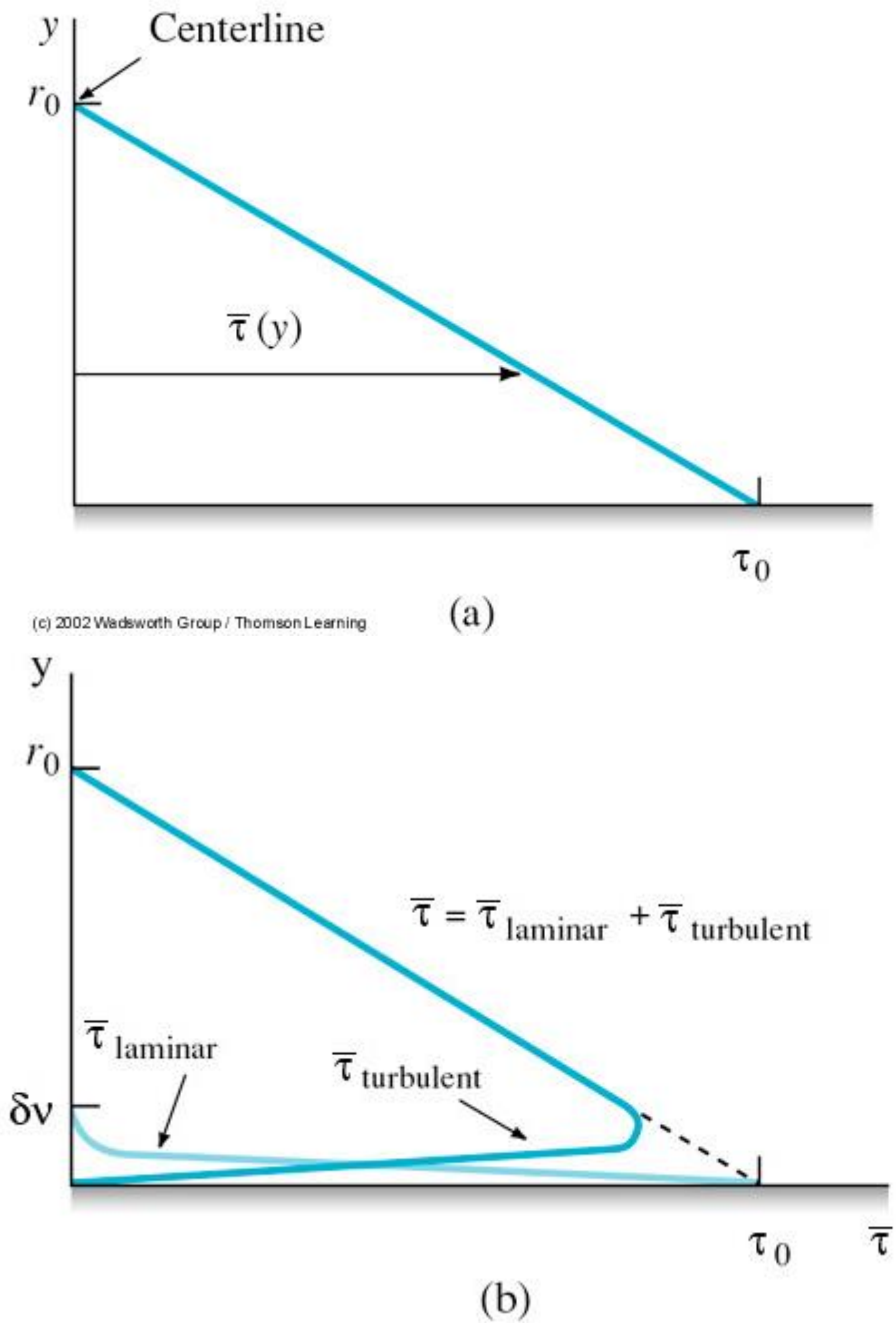
$$\bar{\tau} = \frac{1}{T}\int_0^T \tau(t)dt \quad \text{e} \quad \overline{u'v'} = \frac{1}{T}\int_0^T u'v'(t)dt$$

A tensão cisalhante total pode ser relacionada ao gradiente de pressão somando-se as forças sobre o elemento cilíndrico horizontal mostrado à direita na figura acima:

$$\boxed{\bar{\tau} = -\frac{r}{2}\frac{d\bar{p}}{dx} = \frac{r\Delta\bar{p}}{2L}} \quad (3)$$

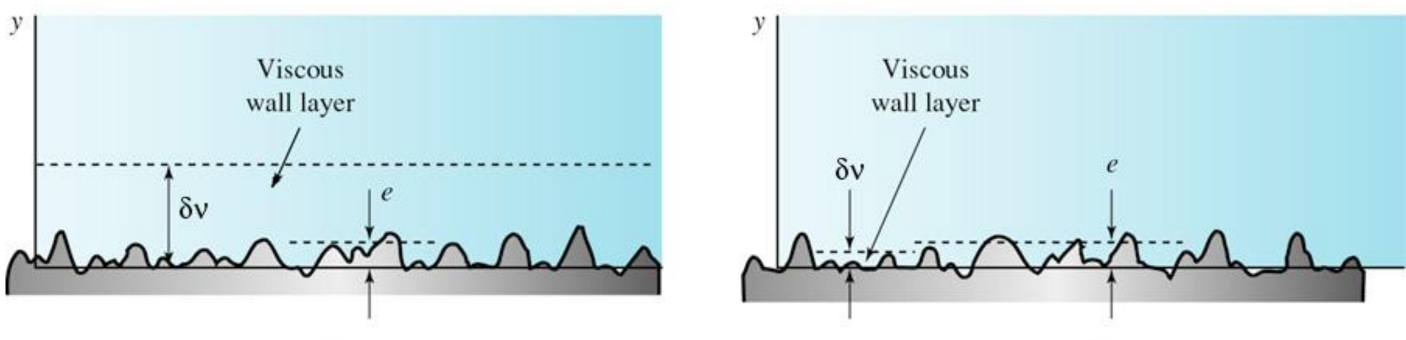
Nota: perceba a distribuição linear da tensão de cisalhamento em um escoamento turbulento, assim como em um escoamento laminar.

Distribuição da tensão de cisalhamento em um escoamento turbulento totalmente desenvolvido em um tubo:



Perfil de Velocidade Turbulento

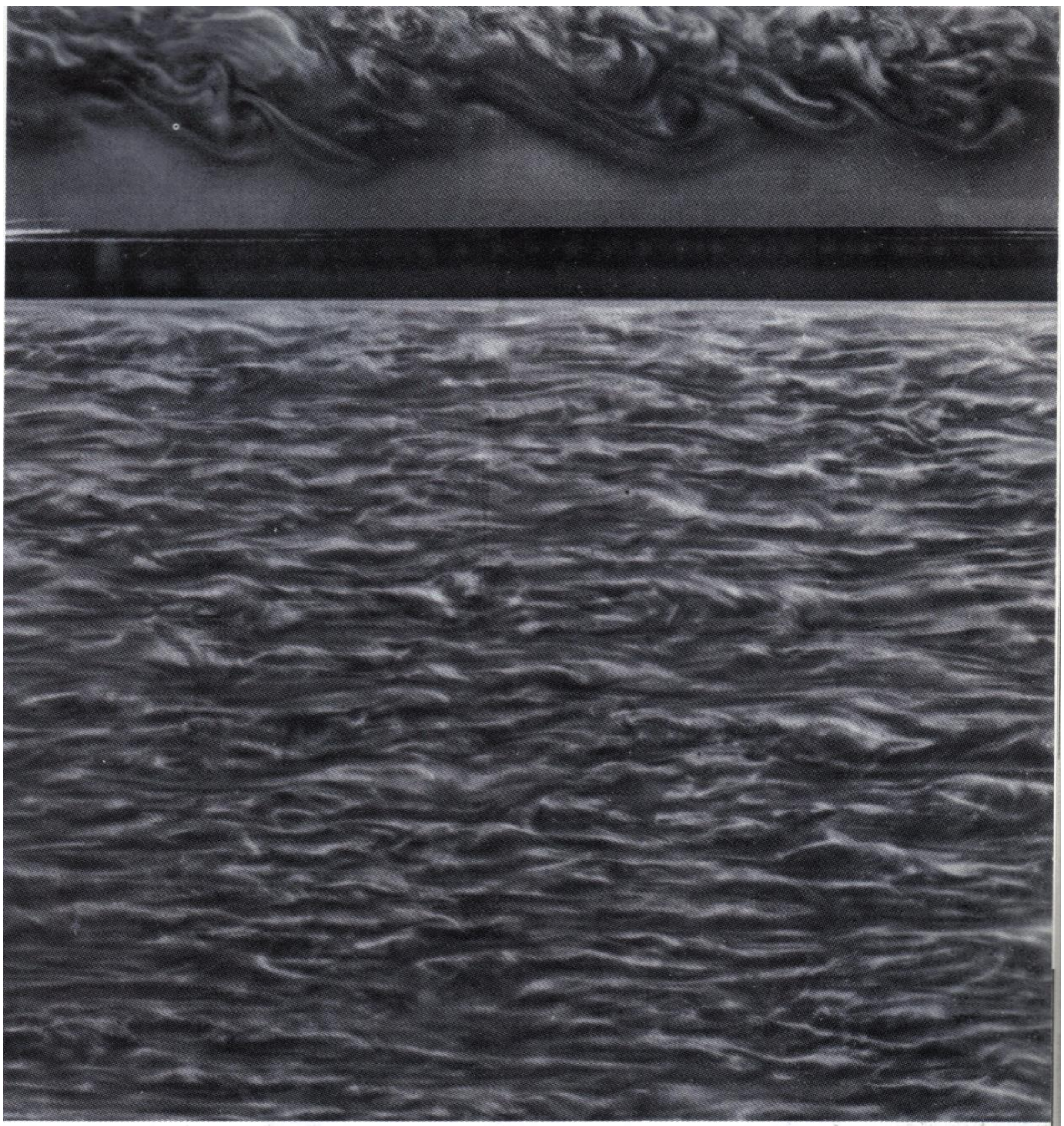
O perfil da velocidade média em um tubo é muito sensível à magnitude da altura média da rugosidade da parede, *e*.



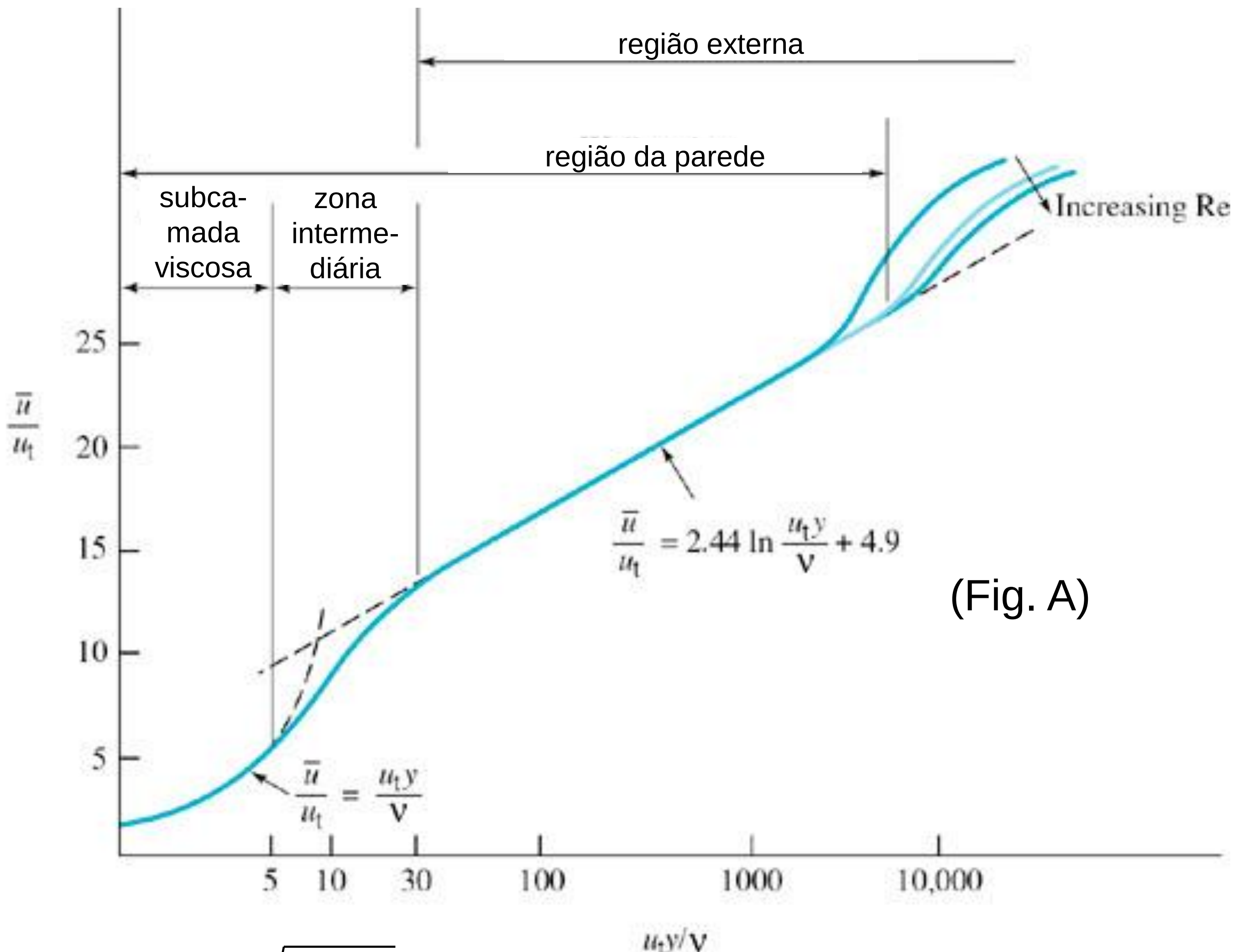
Se a espessura da subcamada viscosa δ_v é suficientemente grande, ela sobrepõe os elementos da rugosidade da parede. Esta condição é citada como *hidraulicamente lisa.* Se a subcamada viscosa é relativamente fina, os elementos rugosos projetam-se para além dessa camada e a parede é rugosa. A *rugosidade relativa e/D* e o número de Reynolds podem ser usados para determinar se um tubo é liso ou rugoso

Obs. para tubo liso, $u_\tau \delta_v / \nu = 5$

Subcamada viscosa



Tubo liso



(Fig. A)

onde $u_\tau = \sqrt{\tau_o / \rho}$ é a *velocidade de atrito*

Tubo rugoso: $$\frac{\bar{u}}{u_\tau} = 2{,}44 \ln \frac{y}{e} + 8{,}5 \qquad y / r_o \leq 0{,}15$$

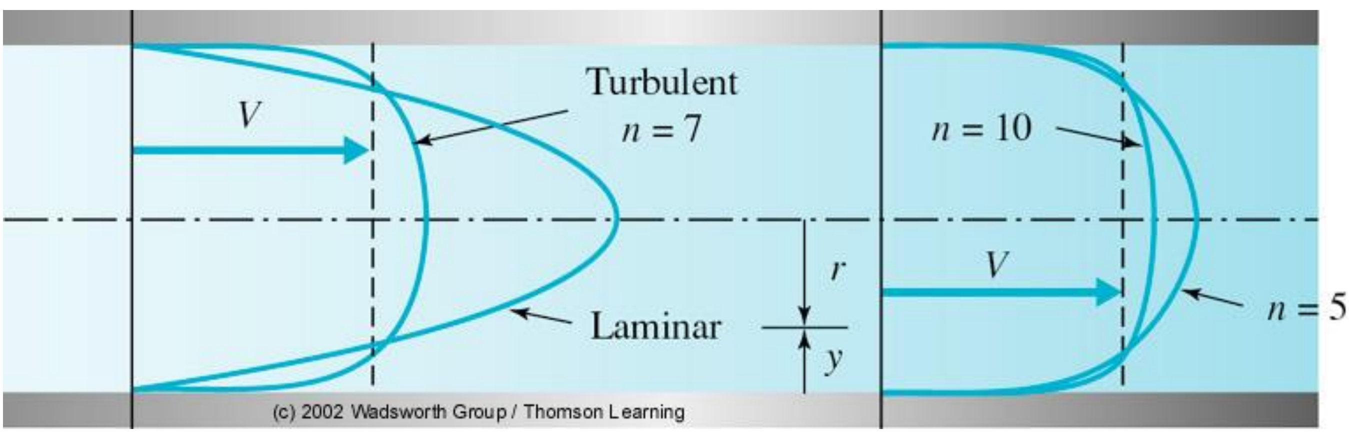
Na região externa ou central, onde a tensão turbulenta predomina, os dados do perfil das velocidades são bem correlacionados pela equação

$$\frac{u_{máx} - \bar{u}}{u_\tau} = 2{,}44 \ln \frac{r_o}{y} + 0{,}8$$

Lei de potência ou exponencial

Uma forma alternativa mais simples que descreve adequadamente a distribuição da velocidade do escoamento turbulento em um tubo é o *perfil da lei de potência*

$$\frac{\bar{u}}{u_{máx}} = \left(\frac{y}{r_o}\right)^{1/n} = \left(1 - \frac{r}{r_o}\right)^{1/n} \qquad (3.1)$$



Limitações:

1. falha ao prever a tensão de cisalhamento na parede
2. falha ao fornecer declividade zero na linha de centro

Da lei de potência, a velocidade média é dada por:

$$\bar{V} = \frac{\int_o^{r_o} \bar{u}(r) 2\pi r dr}{\pi r_o^2} = \frac{2n^2}{(n+1)(2n+1)} u_{máx} \quad (3.2)$$

Introduzimos o *fator de atrito*, *f*, que é uma tensão de cisalhamento adimensional na parede, definido por:

$$f = \frac{\tau_o}{\frac{1}{8}\rho \bar{V}^2} \quad (3.3)$$

O expoente *n* ,em alguns casos, pode ser relacionado ao fator de atrito, *f*, pela expressão empírica:

$$n = \frac{1}{\sqrt{f}} \quad (3.4)$$

n varia de 5 a 10, dependendo do nº. de Reynolds e da rugosidade da parede do tubo *e/D*. O valor 7 é comumente usado (“perfil exponencial um sétimo”)

TABELA 7.1 Expoente *n* para tubos lisos

$Re = VD/\nu$	4×10^3	10^5	10^6	$>2 \times 10^6$
n	6	7	9	10

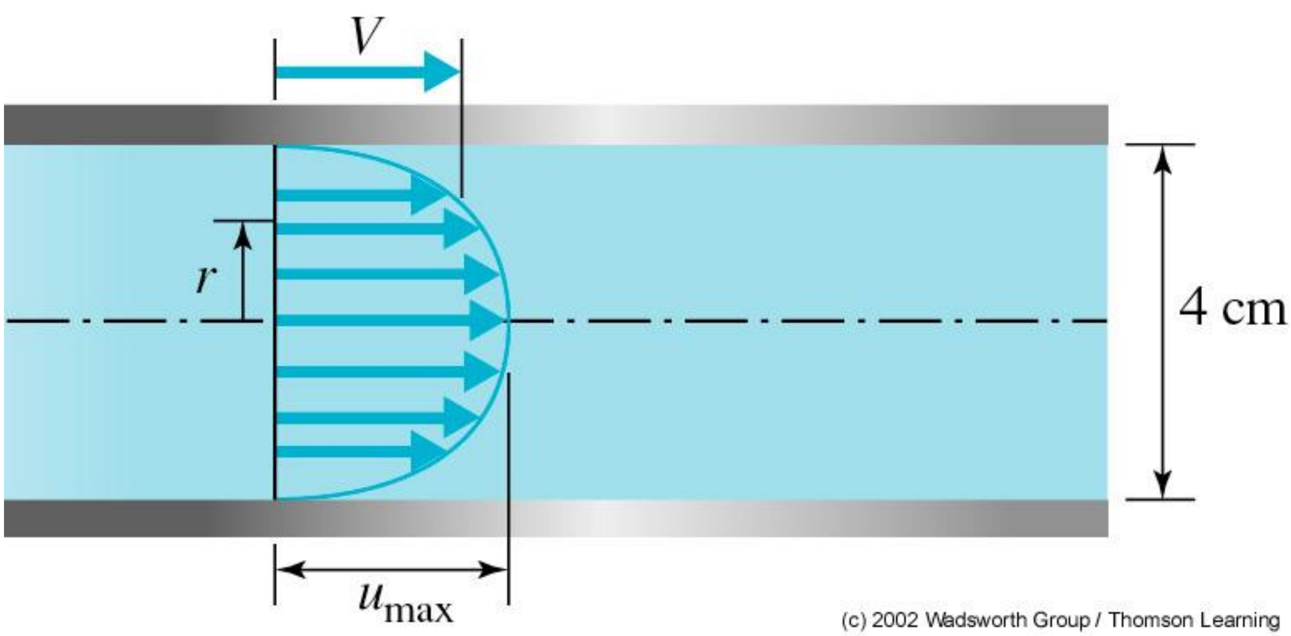
Exemplo 2

A água a 20 ^oC escoa em um tubo de 10 cm de diâmetro a uma velocidade média de 1,6 m/s. Se os elementos de rugosidade têm 0,046 mm de altura, a parede é considerada lisa ou rugosa?

(Quadro negro)

Exemplo 3

O tubo horizontal de 4 cm de diâmetro da Fig. transporta 0,004 m³/s de água a 20 ºC. Usando o perfil da lei de potência, faça uma aproximação para: (a) o fator de atrito, (b) a velocidade máxima, (c) a posição radial em que u = V, (d) o cisalhamento na parede, e (e) a queda de pressão sobre um comprimento de 10 m



(Quadro negro)